

# SINCHRONIZUOTŲ CHAOTINIŲ SISTEMŲ SAVYBĖS IR JŲ PANAUDOJIMAS

*K.Pyragas*

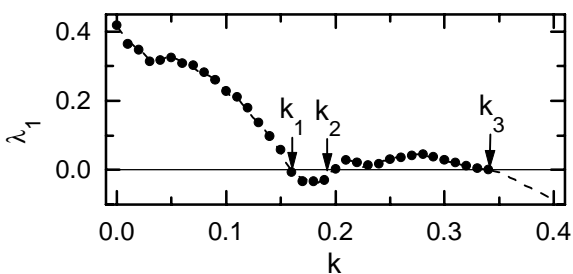
## Ivadas

Darbe trumpai apžvelgiamos keturios šių metų publikacijos [1-4], skirtos tolimesniam apibendrintos sinchronizacijos (AS) tyrimui bei sinchronizacijos tarp uždelstų chaotinių sistemų panaudojimui slaptam informacijos perdavimui.

## Apibendrintos sinchronizacijos identifikavimas iš sąlyginių Liapunovo eksponenčių

Chaos sinchronizacija dažniausiai tiriama esant susietoms identiškoms chaotinėms sistemoms. Neseniai buvo pradėta vartoti AS sąvoka ir vienpusiškai susietoms neidentiškoms chaotinėms sistemoms [5] tirti. Jos teorija buvo iš dalies išplėtotą [6] darbe. Buvo parodyta, kad AS gali pasireikšti dviem būdais, kaip stiprioji ir silpnoji sinchronizacija, atitinkančiais glotnų ir neglotnų (fraktalinių) sinchronizacijos paviršių. AS identifikavimas įmanomas panaudojant pagalbinę atsako sistemą [7]. Ši sistema yra originaliosios atsako sistemos kopija ir ji prijungiama prie valdančiosios sistemos tokiu pat būdu kaip ir originalioji. AS atitinka identišką originaliosios ir pagalbinės sistemų elgesį. Tačiau pagalbinės sistemos metodo taikymo galimybės yra ribotos. Juo neįmanoma pasinaudoti, jeigu atsako sistemos modelis nežinomas. Kitas galimas AS identifikavimo būdas - apskaičiuoti sąlygines Liapunovo eksponentes (SLEs). Tai vėl nesunku padaryti žinant sistemos modelį. Tačiau jas galima nustatyti ir iš eksperimente matuojamų signalų.

Čia siūlomas algoritmas, įgalinantis įvertinti SLEs iš dviejų skaliarinių laiko sekų, atitinkančių valdančiąją ir atsako sistemas. Taip galima eksperimente identifikuoti AS nesinaudojant pagalbine atsako sistema. Kita vertus, remiantis šiais tyrimais galima prognozuoti, kaip elgtųsi pagalbinė atsako sistema, jeigu ją galima būtų pagaminti ir prijungti prie valdančiosios sistemos. Algoritmas susideda iš trijų pagrindinių žingsnių: (1) dinamikos rekonstrukcijos uždelstų kintamųjų metodu ir artimųjų trajektorijos kaimynų nustatymo; (2) tangentinių atvaizdžių apskaičiavimo mažiausiųjų kvadratų metodu; (3) SLEų suradimo iš rekonstruotų tangentinių atvaizdžių. Šis algoritmas panašus į paprastų Liapunovo eksponenčių skaičiavimo algoritmą, tik skirtumas tas, kad čia reikia rekonstruoti tangentinius atvaizdžius dviem sistemoms: valdančiajai ir atsako.



**1 pav.** Maksimalios SLE priklausomybė nuo ryšio stiprumo dviem susietims Henono atvaizdžiams. Taškai - algoritmas, punktyrinė linija - tikrosios vertės.

Pirmame paveikslėlyje pavaizduotas algoritmo veiksmingumas dviem vienpusiškai susietims Henono atvaizdžiams. Parodyta maksimalios SLE priklausomybė nuo ryšio stiprumo  $k$ . Taškai atitinka vertes, nustatytas iš laiko sekų, punktyrinė linija - tiesiogiai iš lygčių. Kaip matome, algoritmas duoda puikų sutapimą su tikrosiomis vertėmis. Intervalas  $k_1 < k < k_2$  atitinka silpnąją sinchronizaciją, o  $k > k_3$  - stipriąją.

Šiuo algoritmu buvo sėkmingai remtasi ir sudėtingesnėms sistemoms, tokioms kaip susietims Rösslerio ir Lorenzo modeliams [1], taip pat eksperimente [7] naudotiems susietims elektroniniams chaoso generatoriams tirti.

## Trūkusiis chaosas ties silpnosios sinchronizacijos slenksčiu

Gerai žinoma [8], kad trūkusiis chaosas (on-off intermittency) atsiranda tam tikros simetrijos dinaminėse sistemose. Chaotinis tokių sistemų atraktorius guli glotniame invariantiniame paviršiuje (paprastai hiperplokštumoje), kurio dimensija yra mažesnė už visos fazinės erdvės dimensiją. Trūkusiis chaosas atsiranda, kai sinchronizacijos paviršius praranda stabilumą. Jis pasireiškia dinaminio kintamojo vertės šokinėjimais tarp dviejų būdingų būsenų: pastoviosios (čia sistema būna ilgą laiką) bei staigaus nušokimo nuo šios būsenos ir staigaus sugrįžimo atgal į pradinę būseną.

Čia aptikta nauja trūkiojo chaoso atsiradimo situacija. Šis reiškinys gali atsirasti sistemose be simetrijos, neturinčiose jokių trivialių invariantinių paviršių. Jis gali atsirasti bet kokioje dinaminėje sistemoje sudarytoje iš dviejų vienpusiškai susietų chaotinių sistemų ties silpnosios sinchronizacijos slenksčiu. Paprasčiausias tokios sistemos pavyzdys yra du susieti logistiniai atvaizdžiai:

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad (1a)$$

$$y_{n+1} = f(y_n) + k\{f(x_n) - f(y_n)\}, \quad (1b)$$

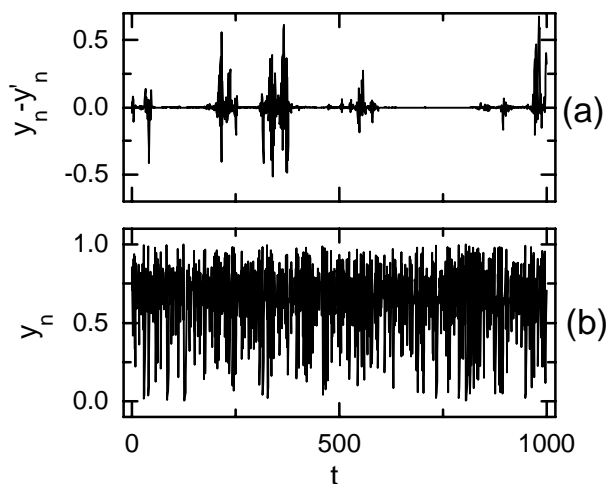
kur  $f(x) = 4x(1-x)$ . Nors ši sistema ir turi invariantinį sinchronizacijos paviršių  $y = x$ , esant silpnam ryšiui  $k$ , sistemoje atsiranda AS silpnosios sinchronizacijos pavidale. Pastebėti AS galima pasinaudojant pagalbine atsako sistema:

$$y'_{n+1} = f(y'_n) + k\{f(x_n) - f(y'_n)\}. \quad (2)$$

Kai  $k_1 < k < k_2$ , kur  $k_1 \approx 0.3325$ ,  $k_2 = 0.5$ , (1b) ir (2) sistemos yra sinchronizuotos įprastine prasme  $y'_n = y_n$ , o sistemos (1a) ir (1b) - ne  $y_n \neq x_n$ . Čia mes turime silpnąją sinchronizaciją tarp (1a) ir (1b). Sistemos (1) dinamika kolapsuoja į stabilų fraktalinį sinchronizacijos paviršių. Kai  $k > k_3$ , visos trys (1a), (1b) ir (1c) sistemos sinchronizuotos įprastine prasme,  $y'_n = y_n = x_n$ . Tai atitinka stipriąją sinchronizaciją tarp (1a) ir (1b).

Žemiau silpnosios sinchronizacijos slenksčio, kai  $k < k_1$ , fraktalinis sinchronizacijos paviršius praranda stabilumą ir sistemoje atsiranda trūkusiis chaosas. Jį įmanoma pastebėti tik pasitelkus pagalbinę atsako sistemą. Antrame paveikslėlyje pavaizduota originaliosios atsako sistemos  $y_n$  ir skirtumo  $y'_n - y_n$  dinamika. Trūkusiis chaosas ryškiai matyti skirtumo dinamikoje, bet nepastebimas originaliosios atsako sistemos dinamikoje. Pažymėsime, kad pagalbinė atsako sistema (2) neturi įtakos nagrinėjamos sistemos (1) dinamikai. Ji yra tik indikatorius, kurio pagalba galima aptikti trūkųjį chaosą nagrinėjamoje sistemoje (1).

Tyrimai parodė, jog čia stebimo trūkiojo chaoso statistinės savybės sutampa su įprastinio trūkiojo chaoso statistinėmis savybėmis. Įdomu pastebėti, kad ši situacija atitinka chaosas - hiperchaosas bifurkaciją, nes ties  $k = k_1$  atsako sistemos (1b) Liapunovo eksponentė keičia ženklą, o valdančiosios sistemos (1a) Liapunovo eksponentė yra visuomet teigiama, nesvarbu koks būtų  $k$ .



**2 pav.** (a) Skirtumo  $y'_n - y_n$  ir (b) originaliosios atsako sistemos  $y_n$  dinamika žemiau silpnosios sinchronizacijos slenksčio,  $k = 0.33$ .

### Uždelsųjų chaotinių sistemų panaudojimas slaptam informacijos perdavimui

Vienas iš daug žadančių chaotinės sinchronizacijos taikymų yra jos panaudojimas slaptam informacijos perdavimui. Idėja yra paremta chaotinės sistemos (siųstuvas) moduliavimu informaciniu signalu ir jos išeinamojo signalo perdavimu kitai identiškai chaotinei sistemai (imtuvas), kurioje užkoduota informacija dekoduoja sinchronizacijos būdu. Daugelis teorinių bei eksperimentinių darbų, skirtų slaptam informacijos perdavimui, naudoja chaotines mažų dimensijų sistemas, turinčias paprastai tik vieną teigiamą Liapunovo eksponentę. Tačiau buvo parodyta, kad tokios sistemos negali užtikrinti pakankamą užkoduotos informacijos slaptumą. Todėl pastaruoju metu didelis dėmesys skiriamas hiperchaotinių (turinčių daugiau nei vieną teigiamą Liapunovo eksponentę) sistemų panaudojimui.

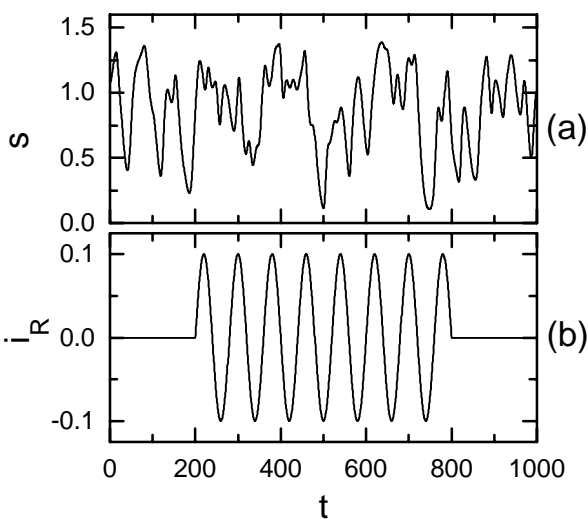
Uždelsiosios chaotinės sistemos labai efektyviai gali užslaptinti informaciją. Fazinė tokių sistemų erdvė turi begalinę dimensiją ir jos gali generuoti labai sudėtingus chaotinius signalus, turinčius neribotą skaičių teigiamų Liapunovo eksponenčių. Paprasčiausia slaptos informacijos perdavimo schema gali būti paremta dviejų Mackey-Glasso sistemų sinchronizacija:

$$\dot{x} = f(x(t - \tau) + i(t)) - cx \quad \text{siųstuvas,} \quad (3)$$

$$s(t) = x(t - \tau) + i(t) \quad \text{perduotas signalas,} \quad (4)$$

$$\dot{y} = f(s(t)) - cy \quad \text{imtuvas,} \quad (5)$$

$$i_R = s(t) - y(t - \tau) \quad \text{rekonstruota informacija,} \quad (6)$$



**3 pav.** Slaptas informacijos perdavimas panaudojant sinchronizaciją tarp Mackey - Glasso sistemų: (a) perduotas signalas; (b) rekonstruota informacija.

kur  $f(x) = ax / (1 + x^b)$ , o  $i(t)$  yra informacinis signalas. Be moduliacijos informaciniu signalu ( $i = 0$ ), siųstuvas generuoja chaotinį signalą, turintį teigiamų Liapunovo eksponenčių skaičių, proporcingą uždelimo laikui  $\tau$ . Kai  $a = 0.2$ ,  $b = 10$ ,  $c = 0.1$  ir  $\tau = 100$ , sistema turi net penkias teigiamas Liapunovo eksponentes. Imtuvas yra tiesinė sistema, žadinama perduotu signalu  $s(t)$  per netiesinę funkciją  $f$ . Ši konstrukcija užtikrina globalią (nepriklausomą nuo pradinių sąlygų) siųstuvo ir imtuvo sinchronizaciją, nes skirtumas  $e = y - x$  tenkina paprastą tiesinę lygtį  $\dot{e} = -ce$  su globaliai stabiliu nuliniu sprendiniu. Sinchronizacijos sąlyga taip pat nepriklauso nuo  $\tau$  ir tinka bet kokiam laisvai pasirinktam teigiamų Liapunovo eksponenčių skaičiui.

Trečiame paveikslėlyje pavaizduotas perduotas signalas ir atkurta informacija, kai informacijos signalas yra sinusinė banga, įjungta ties  $t = 200$  ir išjungta ties  $t = 800$ . Įjungimo ir išjungimo momentai visiškai nesimato perduotame signale. Globali sinchronizacija tarp imtuvo ir siųstuvo užtikrina mažą šios konstrukcijos jautrumą triukšmams bei imtuvo ir siųstuvo parametrų nesutapimui. Taip pat buvo panagrinėtos sudėtingesnės (dar “slaptesnės”) konstrukcijos, kai siųstuvas ir imtuvas yra sudaryti iš grandinės susietų Mackey-Glasso sistemų.

## Išvados

Sukurtas skaitmeninis algoritmas sąlyginėms Liapunovo eksponentėms iš dviejų skaliarinių laiko sekų nustatyti. Juo įmanoma eksperimentinė apibendrintos sinchronizacijos identifikacija nesinaudojant pagalbine atsako sistema.

Aptikta ir išnagrinėta nauja trūkiojo chaoso atsiradimo situacija ties silpnos sinchronizacijos slenksčiu, kai vyksta trajektorijų pabėgimas nuo nestabilaus fraktalinio sinchronizacijos paviršiaus.

Uždelstųjų chaotinių sistemų sinchronizacijos pagrindu pasiūlyta efektyvi slapto informacijos perdavimo schema, pasižyminti mažu jautrumu triukšmams bei siųstuvo ir imtuvo parametrų nesutapimams.

## Aprobacija

Darbo rezultatai iš dalies buvo pateikti trijose konferencijose:

- Third Euroconference on Nonlinear Dynamics in Physics and Related Science. Control of Chaos: New Perspectives in Experimental and Theoretical Nonlinear Science, Montecatini (Italy), 16-18 May, 1997 (*invited talk*);

- The International Conference on Applied Nonlinear Dynamics near the Millennium, University of California, San Diego, July 6-11, 1997;

- International Summer School on Randomness and Nonlinearity, Uppsala (Sweden), August 18-22, 1997 (*invited talk*).

## Literatūra

1. **K.Pyragas**, "Conditional Lyapunov exponents from time series", *Phys. Rev. E*, V. 56, No 5, p. 5183-5188 (1997).
2. **K.Pyragas**, "On-Off intermittency at the Threshold of Weak Synchronization of Chaos", *Chaos, Solitons & Fractals*, V. 8, No 5, (1997).
3. **K.Pyragas**, "Transmission of signals via synchronization of chaotic time-delay systems", *Int. J. of Bifurcation and Chaos* (1998, accepted for publication).
4. **K.Pyragas**, "Weak and strong synchronization of chaos", in: *Proc. of The Int. Conf. on Applied Nonlinear Dynamics and Stochastic Systems near the Millennium, University of California, San Diego, July 6-11, 1997*, p. 63-68.
5. **N.F.Rulkov, M.M.Sushchik, and L.S.Tsimring**, "Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems", *Phys. Rev. E*, V. 51, No 2, p. 980-994 (1995).
6. **K.Pyragas**, "Weak and strong synchronization of chaos", *Phys. Rev. E*, V. 54, No 5, p. R4508-4512 (1996).
7. **A.Kittel, J.Parisi, K.Pyragas**, "Generalized synchronization of chaos in electronic circuit experiments", *Physica D*, V. 112, No 3 p. 459-468 (1997).
8. **N.Platt, E.A.Spiegel, and C.Ttesser**, "On-off intermittency: A mechanism for bursting", *Phys. Rev. Lett.*, V. 70, No 3, p. 279-282 (1993).